

Приложение к Лекции 15. Структурные матрицы алгебр гипотетических фундаментальных частиц

А. А. Кецарис
(31 июля 2005 г.)

I. СТРУКТУРНЫЕ МАТРИЦЫ АЛГЕБРЫ ЧЕРНЫХ ЛЕПТОНОВ \mathbb{C}_B

Для алгебры черных лептонов \mathbb{C}_b имеют место перестановочные соотношения

$$\begin{aligned} 12 = -21, \quad 13 = -31, \quad 23 = -32, \\ 14 = 41, \quad 24 = -42, \quad 34 = -43. \end{aligned}$$

Они определяют структурные матрицы алгебры черных лептонов.

Компоненты векторов и матриц рассматриваются в следующей последовательности индексов

$$(32, 13, 21, 0, 42, 14, 1324, 34, 1, 2, 3, 123, 134, 234, 4, 124).$$

Переход от действительного представления к компактным представлениям осуществляется путем введения соответствующих блочных матриц. При преобразовании матриц $C^{L_{KI}}$ и C^{IK_L} от действительного представления к *iab*-представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При преобразовании матриц $C^{L_{KI}}$ и C^{IK_L} от *iab*-представления к *IAB*-представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Приведем структурные матрицы алгебры \mathbb{C}_b .

1. Структурные матрицы контравариантной алгебры действия черных лептонов \mathbb{C}_{bright}

$$\varepsilon_0 \sim \begin{matrix} & \begin{matrix} 32 & 13 & 21 & 0 & 42 & 14 & 34 & 1 & 2 & 3 & 123 & 134 & 234 & 4 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & & & & & \\ & & & & & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= I \begin{matrix} & \begin{matrix} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \\ 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= I \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 34 & 123 & 124 \\ 0 & 34 & 123 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \mathbb{1} & \\ & \mathbb{1} \\ & & \mathbb{1} \\ & & & \mathbb{1} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\varepsilon_1 \sim \begin{matrix} & \begin{matrix} 32 & 13 & 21 & 0 & 42 & 14 & 34 & 1 & 2 & 3 & 123 & 134 & 234 & 4 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & & & & & & & -1 & & & & & \\ & & & & & & & & & -1 & & & & & \\ & & & & & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & & & & & -1 & \\ & & & & & & & & & & & & & -1 & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= a \begin{matrix} & \begin{matrix} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \\ 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & -1 & & \\ & 1 & & & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= a \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 34 & 123 & 124 \\ 0 & 34 & 123 & 124 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} & \begin{pmatrix} & -I & \\ I & & \\ & -I & \\ -I & & \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& & 13 & 0 \\
& & 21 & 42 \\
& & 14 & 34 \\
& & 1 & 2 \\
& & 3 & 123 \\
& & 134 & 234 \\
& & 4 & 124
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
-1			
1	1		
-1			
		-1	
	1	1	
		-1	
		1	1
		-1	
			-1
			1
			-1

$$= b
\begin{array}{|c|c|}
1	
-1	
	1
-1	
	1
	-1
	1
	-1

= b
\begin{array}{|c|c|}
I	
I	
	I
	I

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& & 13 & 0 \\
& & 21 & 42 \\
& & 14 & 34 \\
& & 1 & 2 \\
& & 3 & 123 \\
& & 134 & 234 \\
& & 4 & 124
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
	-1		
	1	1	
	-1		
		1	
1	-1		
			-1
			1
			-1
		-1	
		1	
		-1	

$$= b
\begin{array}{|c|c|}
1	
-1	
1	
-1	
	1
	-1
	1
	-1

= b
\begin{array}{|c|c|}
I	
I	
	I
	I

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& & 13 & 0 \\
& & 21 & 42 \\
& & 14 & 34 \\
& & 1 & 2 \\
& & 3 & 123 \\
& & 134 & 234 \\
& & 4 & 124
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
	1		
	1		
	-1		
-1			
		-1	
	1	1	
		-1	
		1	1
		-1	
		-1	
			-1
			1
			-1

$$= a
\begin{array}{|c|c|}
1	
-1	
	-1
1	
	1
	-1
	-1
	1

= a
\begin{array}{|c|c|}
I	
$-I$	
	I
	$-I$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& & 13 & 0 \\
& & 21 & 42 \\
& & 14 & 34 \\
& & 1 & 2 \\
& & 3 & 123 \\
& & 134 & 234 \\
& & 4 & 124
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
		-1	
		-1	
		1	
	1		
-1	-1		
			-1
			1
			-1
		1	
		-1	
		-1	

$$= a
\begin{array}{|c|c|}
-1	
1	
-1	
	-1
	1
	-1
	1
	-1

= a
\begin{array}{|c|c|}
I	
$-I$	
	I
	$-I$

$\varepsilon_{34} \sim$

		1						
32			1					
13				1				
21					1			
0						1		
42	1							
14		1						
1324			1					
34								
1					1			
2						1		
3							1	
123								1
134			1					
234				1				
4					1			
124						1		

$= I$

		1							
13			1						
0				1					
14	1								
34					1				
2						1			
123							1		
234								1	
124									1

$= I$

		1			
0			1		
34	1				
123				1	
124					1

$\varepsilon_{124} \sim$

				-1				
32					-1			
13						-1		
21							-1	
0								-1
42				-1				
14					-1			
1324						-1		
34							-1	
1			1					
2				1				
3					1			
123						1		
134	1							
234		1						
4			1					
124				1				

$= I$

		-1							
13			-1						
0				-1					
14	-1								
34					-1				
2						1			
123							1		
234								1	
124									1

$= I$

		-1			
0			-1		
34	1				
123				1	
124					1

$\varepsilon_{123} \sim$

			-1				
32				-1			
13					-1		
21						-1	
0							-1
42				-1			
14					-1		
1324						-1	
34							-1
1	1						
2		1					
3			1				
123				1			
134			1				
234					1		
4						1	
124							1

$= I$

		-1							
13			-1						
0				-1					
14	-1								
34					-1				
2						1			
123							1		
234								1	
124									1

$= I$

		-1			
0			-1		
34	1				
123				1	
124					1

$\varepsilon_{134} \sim$

					1				
32						1			
13							1		
21								1	
0									1
42					-1				
14						-1			
1324							1		
34								1	
1					-1				
2						-1			
3							1		
123								1	
134					1				
234						1			
4							1		
124								1	

$= a$

		1							
13			-1						
0				1					
14	-1								
34					1				
2						1			
123							1		
234								1	
124									1

$= a$

		1			
0			1		
34	1				
123				1	
124					1

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 42 & 14 \\
& 1 & 2 & 34 \\
& 3 & 123 & 234 \\
& 4 & 124 & 1324
\end{array} \\
\mathcal{E}^2 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & -1 & \\
\hline
& & & -1 \\
\hline
& & 1 & \\
\hline
& & & -1 \\
& & & -1 \\
\hline
& & & 1 \\
& & & 1 \\
\hline
& 1 & & \\
& 1 & & \\
\hline
& & & \\
& -1 & & \\
\hline
& & 1 & \\
& & 1 & \\
\hline
& & & \\
& -1 & & \\
& & -1 & \\
\hline
\end{array} \\
= 1 \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -1 \\
& 1 \\
\hline
1 & \\
\hline
-1 & 1 \\
& -1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} = 1 \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -I \\
& -I \\
\hline
I & \\
\hline
I & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 42 & 14 \\
& 1 & 2 & 34 \\
& 3 & 123 & 234 \\
& 4 & 124 & 1324
\end{array} \\
\mathcal{E}^4 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & & -1 \\
\hline
& & & -1 \\
& & & 1 \\
\hline
& & -1 & \\
& & -1 & \\
\hline
& & & 1 \\
& & & 1 \\
\hline
& & 1 & \\
& 1 & & \\
\hline
& & & \\
& 1 & & -1 \\
& & -1 & \\
\hline
& & & \\
& 1 & & \\
& & -1 & \\
& & -1 & \\
\hline
\end{array} \\
= a \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -1 \\
& 1 \\
\hline
1 & -1 \\
\hline
-1 & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} = a \begin{array}{|c|c|}
\hline
& B \\
& B \\
\hline
-B & \\
\hline
-B & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 42 & 14 \\
& 1 & 2 & 34 \\
& 3 & 123 & 234 \\
& 4 & 124 & 1324
\end{array} \\
\mathcal{E}^3 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & & 1 \\
& & & -1 \\
& & & -1 \\
& & & 1 \\
\hline
& & & 1 \\
& & & -1 \\
& & & -1 \\
\hline
& & & 1 \\
& -1 & & \\
& 1 & & \\
\hline
& & & \\
& 1 & & \\
& -1 & & \\
& & 1 & \\
& & -1 & \\
\hline
\end{array} \\
= i \begin{array}{|c|c|}
\hline
& 1 \\
& -1 \\
\hline
-1 & 1 \\
\hline
1 & -1 \\
& 1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} = i \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -B \\
& -B \\
\hline
B & \\
\hline
B & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 42 & 14 \\
& 1 & 2 & 34 \\
& 3 & 123 & 234 \\
& 4 & 124 & 1324
\end{array} \\
\mathcal{E}^{21} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& 1 & & \\
& -1 & & \\
& & -1 & \\
& & 1 & \\
\hline
& & 1 & \\
& & -1 & \\
& & -1 & \\
\hline
& & & 1 \\
& & & -1 \\
& & & -1 \\
& & 1 & \\
\hline
& & & 1 \\
& & & -1 \\
& & & -1 \\
& & & 1 \\
& & & -1 \\
& & & 1 \\
\hline
\end{array} \\
= i \begin{array}{|c|c|}
\hline
1 & \\
& 1 \\
\hline
& -1 \\
& 1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} = -i \begin{array}{|c|c|}
\hline
B & \\
& B \\
\hline
& B \\
& B \\
\hline
\end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}
\end{array}$$

II. СТРУКТУРНЫЕ МАТРИЦЫ АЛГЕБР КВАРКИНО \mathbb{Q}^*

Приведем структурные матрицы алгебры \mathbb{Q}^* . Компоненты векторов и матриц рассматриваются в следующей последовательности индексов

$$(32, 13, 21, 0, 42, 14, 1324, 34, 1, 2, 3, 123, 134, 234, 4, 124).$$

Переход от действительного представления к компактным представлениям осуществляется путем введения соответствующих блочных матриц. При преобразовании матриц C^L_{KI} и C^{IK}_L от действительного представления к iab -представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При преобразовании матриц C^L_{KI} и C^{IK}_L от iab -представления к IAB -представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Структурные матрицы алгебры синих кваркино \mathbb{Q}_b^*

Для алгебры синих кваркино \mathbb{Q}_b^* имеют место перестановочные соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{12} &= \mathbf{21}, & \mathbf{13} &= -\mathbf{31}, & \mathbf{23} &= \mathbf{32}, \\ \mathbf{14} &= -\mathbf{41}, & \mathbf{24} &= \mathbf{42}, & \mathbf{34} &= -\mathbf{43}. \end{aligned}$$

Они определяют структурные матрицы алгебры синих кваркино.

$$\mathcal{E}^{234} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 14 \end{array} & \begin{array}{ccc} 34 & 1 & 2 \end{array} & \begin{array}{ccc} 123 & 234 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{ccc} 32 & 21 & 42 \end{array} & \begin{array}{ccc} 1324 & 1 & 3 \end{array} & \begin{array}{ccc} 134 & 4 & \end{array} & \end{array} \\ \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & 1 & -1 \\ \hline & -1 & 1 & \\ \hline -1 & 1 & & \\ \hline 1 & -1 & & \\ \hline \end{array} \end{array} \\ = b \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 34 \\ 14 & 2 & 134 \end{array} & \begin{array}{ccc} 123 & 124 & \\ 13 & 0 & \\ 14 & 34 & \\ 2 & 123 & \\ 234 & 124 & \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & -1 \\ \hline & 1 \\ \hline 1 & \\ \hline -1 & \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & -I \\ \hline & -I \\ \hline I & \\ \hline I & \\ \hline \end{array} \end{array} = b \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 124 \\ & 123 & \\ & & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & -I \\ \hline & -I \\ \hline I & \\ \hline I & \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline & 34 \\ \hline & 123 \\ \hline & 124 \\ \hline & 124 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\mathcal{E}^{1324} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 14 \end{array} & \begin{array}{ccc} 34 & 1 & 2 \end{array} & \begin{array}{ccc} 123 & 234 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{ccc} 32 & 21 & 42 \end{array} & \begin{array}{ccc} 1324 & 1 & 3 \end{array} & \begin{array}{ccc} 134 & 4 & \end{array} & \end{array} \\ \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & -1 & \\ \hline & & -1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline -1 & & & \\ \hline -1 & & 1 & \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & -1 & \\ \hline & & -1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \\ = a \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 34 \\ 14 & 2 & 134 \end{array} & \begin{array}{ccc} 123 & 124 & \\ 13 & 0 & \\ 14 & 34 & \\ 2 & 123 & \\ 234 & 124 & \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & -1 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline 1 & \\ \hline & -1 \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & B \\ \hline B & \\ \hline & B \\ \hline & B \\ \hline \end{array} \end{array} = a \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 124 \\ & 123 & \\ & & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & B \\ \hline B & \\ \hline & B \\ \hline & B \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline & 34 \\ \hline & 123 \\ \hline & 124 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\rho_{124} \sim$$

	32	13	21	0	14	34	1	2	123	234	124
32									-1		
13									-1		
21										1	
0											1
42							1	1			
14										-1	
1324										-1	
34											
1			1								
2				1							
3					-1						
123						-1					
134	-1										
234		-1									
4			1								
124				1							

$$= 1$$

	13	0	34	2	123	124
13					-1	
0						1
14					1	
34					-1	
2		1				
123			-1			
234	-1					
124			1			

$$= 1$$

	0	34	123	124
0				B
34				$-B$
123				
124				

$$\rho_{234} \sim$$

	32	13	21	0	14	34	1	2	123	234	124
32											1
13											1
21										1	
0											1
42								1	1		
14										1	
1324								1			
34									1		
1							1				
2								1			
3					1				1		
123						1					
134							1				
234								1			
4									1		
124										1	

$$= 1$$

	13	0	34	2	123	124
13						1
0						
14						1
34						
2		1				
123			1			
234	1					
124					1	

$$= 1$$

	0	34	123	124
0				A
34				A
123				
124				

$$\rho_{134} \sim$$

	32	13	21	0	14	34	1	2	123	234	124
32											-1
13											-1
21											1
0											1
42									-1		
14										-1	
1324										1	
34											
1								1			
2									1		
3										-1	
123									-1		
134										1	
234											1
4											-1
124	-1										

$$= a$$

	13	0	34	2	123	124
13						-1
0						1
14						-1
34						1
2			1			
123				-1		
234						
124				1		

$$= a$$

	0	34	123	124
0				$-I$
34				$-I$
123				I
124				I

$$\rho_{1324} \sim$$

	32	13	21	0	14	34	1	2	123	234	124
32											-1
13											-1
21											1
0											1
42										-1	
14										-1	
1324										1	
34											
1											1
2											1
3											-1
123											-1
134										1	
234											1
4											-1
124											-1

$$= a$$

	13	0	34	2	123	124
13						-1
0						1
14						-1
34						1
2			1			
123				1		
234					-1	
124						-1

$$= a$$

	0	34	123	124
0				B
34				B
123				
124				$-B$

2. Структурные матрицы ковариантной алгебры пространства-времени синих кваркино $Q_{b\text{left}}^*$

$$R^0 \sim \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 1324 & 34 & 1 \\ & 2 & 3 & 123 \\ & 134 & 234 & 124 \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cc} & 34 \\ & 123 \\ & 124 \end{array} = 1 \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}$$

$$R^2 \sim \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 1324 & 34 & 1 \\ & 2 & 3 & 123 \\ & 134 & 234 & 124 \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cc} & 34 \\ & 123 \\ & 124 \end{array} = 1 \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}$$

$$R^1 \sim \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 1324 & 34 & 1 \\ & 2 & 3 & 123 \\ & 134 & 234 & 124 \end{array}$$

$$= a \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cc} & 34 \\ & 123 \\ & 124 \end{array} = a \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}$$

$$R^3 \sim \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 1324 & 34 & 1 \\ & 2 & 3 & 123 \\ & 134 & 234 & 124 \end{array}$$

$$= i \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \begin{array}{cc} & 34 \\ & 123 \\ & 124 \end{array} = i \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array}$$

2. Структурные матрицы алгебры желтых кваркино \mathbb{Q}_y^*

Для алгебры желтых кваркино \mathbb{Q}_y^* имеют место перестановочные соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{12} &= \mathbf{21}, & \mathbf{13} &= -\mathbf{31}, & \mathbf{23} &= \mathbf{32}, \\ \mathbf{14} &= -\mathbf{41}, & \mathbf{24} &= \mathbf{42}, & \mathbf{34} &= \mathbf{43}. \end{aligned}$$

Они определяют структурные матрицы алгебры желтых кваркино.

1. Структурные матрицы контрвариантной алгебры действия желтых кваркино \mathbb{Q}_y^*

$$\rho_0 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 13 \\ 21 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \end{array} & \begin{array}{c} 14 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{c} 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \end{array} & \begin{array}{c} 124 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \\ \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & & & \\ \hline & 1 & & \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 1 & \\ \hline & & & & 1 & \\ \hline & & & & & 1 & \\ \hline & & & & & & 1 & \\ \hline & & & & & & & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= I = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \end{array} = I = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{c} 123 \\ 124 \end{array} \\ \begin{array}{c} I \\ I \end{array} & \begin{array}{c} I \\ I \end{array} \end{array}$$

$$\rho_1 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 13 \\ 21 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \end{array} & \begin{array}{c} 14 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{c} 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \end{array} & \begin{array}{c} 124 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} \\ \begin{array}{c} 32 \\ 13 \\ 21 \\ 0 \\ 42 \\ 14 \\ 1324 \\ 34 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 123 \\ 134 \\ 234 \\ 4 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & -1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & & & -1 \\ \hline & & & & -1 \\ \hline & & & & 1 \\ \hline & & & & & 1 \\ \hline & & & & & & 1 \\ \hline & & & & & & & 1 \\ \hline & & & & & & & & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= a = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} 13 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \\ \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ -1 \end{array} \end{array} = a = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} & \begin{array}{c} -I \\ -I \end{array} \\ \begin{array}{c} I \\ I \end{array} & \begin{array}{c} I \\ I \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 0 & 34 & 123 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_2 \sim
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & 1 & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 = 1
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 = 1
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & A \\
 \hline
 A & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 0 & 34 & 123 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_4 \sim
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 & -1 & -1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 1 & & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -\mathbb{1} \\
 \hline
 -\mathbb{1} & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 0 & 34 & 123 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_3 \sim
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & 1 & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & \mathbb{1} \\
 \hline
 \mathbb{1} & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 0 & 34 & 123 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_{21} \sim
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & -1 & \\
 \hline
 & -1 & & 1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 1 & -1 \\
 \hline
 \end{array}
 = a
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 B & \\
 \hline
 B & -B \\
 \hline
 \end{array}$$

$$R^2 \sim \begin{array}{c} 32 \quad 13 \quad 0 \quad 14 \quad 34 \quad 1 \quad 2 \quad 123 \quad 234 \quad 124 \\ \quad 32 \quad 21 \quad 42 \quad 1324 \quad 1 \quad 3 \quad 134 \quad 4 \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 1 & \\ \hline & & 1 & 1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 123 \quad 124 \\ \quad 13 \quad 14 \quad 2 \quad 134 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 124 \\ \quad 0 \quad 123 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & A \\ \hline A & A \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ = 1
\end{array}$$

$$R^4 \sim \begin{array}{c} 32 \quad 13 \quad 0 \quad 14 \quad 34 \quad 1 \quad 2 \quad 123 \quad 234 \quad 124 \\ \quad 32 \quad 21 \quad 42 \quad 1324 \quad 1 \quad 3 \quad 134 \quad 4 \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 123 \quad 124 \\ \quad 13 \quad 14 \quad 2 \quad 134 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline & -1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 124 \\ \quad 0 \quad 123 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & -B \\ \hline B & B \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ = i
\end{array}$$

$$R^3 \sim \begin{array}{c} 32 \quad 13 \quad 0 \quad 14 \quad 34 \quad 1 \quad 2 \quad 123 \quad 234 \quad 124 \\ \quad 32 \quad 21 \quad 42 \quad 1324 \quad 1 \quad 3 \quad 134 \quad 4 \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 1 & \\ \hline & & -1 & -1 \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline & & & -1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 123 \quad 124 \\ \quad 13 \quad 14 \quad 2 \quad 134 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline & -1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 124 \\ \quad 0 \quad 123 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & -B \\ \hline B & -B \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ = i
\end{array}$$

$$R^{21} \sim \begin{array}{c} 32 \quad 13 \quad 0 \quad 14 \quad 34 \quad 1 \quad 2 \quad 123 \quad 234 \quad 124 \\ \quad 32 \quad 21 \quad 42 \quad 1324 \quad 1 \quad 3 \quad 134 \quad 4 \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & & \\ \hline & 1 & & \\ \hline & 1 & & \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 123 \quad 124 \\ \quad 13 \quad 14 \quad 2 \quad 134 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \quad 0 \quad 34 \quad 124 \\ \quad 0 \quad 123 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbb{1} & \\ \hline \mathbb{1} & \mathbb{1} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ = a
\end{array}$$

3. Структурные матрицы алгебры красных кваркино \mathbb{Q}_r^*

Для алгебры красных кваркино \mathbb{Q}_r^* имеют место перестановочные соотношения

$$\mathbf{1}2 = \mathbf{2}1, \quad \mathbf{1}3 = -\mathbf{3}1, \quad \mathbf{2}3 = \mathbf{3}2, \\ \mathbf{1}4 = \mathbf{4}1, \quad \mathbf{2}4 = \mathbf{4}2, \quad \mathbf{3}4 = \mathbf{4}3.$$

Они определяют структурные матрицы алгебры красных кваркино.

$$R^{234} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & \begin{matrix} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 234 & 124 \\ 32 & 21 & 42 & 1324 & 1 & 3 & 134 & 4 \end{matrix} \\ 32 & & & & & & & 1 \\ 13 & & & & & & & \\ 21 & & & & & & & 1 \\ 0 & & & & & & & 1 \\ 42 & & & & -1 & & & \\ 14 & & & & & -1 & & \\ 1324 & & & -1 & & & & \\ 34 & & & & -1 & & & \\ 1 & & & & 1 & & & \\ 2 & & & & & 1 & & \\ 3 & & & 1 & & & & \\ 123 & & & & 1 & & & \\ 134 & & -1 & & & & & \\ 234 & & & -1 & & & & \\ 4 & & -1 & & & & & \\ 124 & & & -1 & & & & \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} \begin{matrix} 13 & 0 & 34 & 123 & 124 \\ 13 & 14 & 2 & 134 \end{matrix} & & & & \begin{matrix} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{matrix} \\ \hline & & & & \\ \hline \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{matrix} & & & & \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} \begin{matrix} 0 & 34 & 124 \\ 0 & 123 \end{matrix} & & & & \begin{matrix} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \end{array} \end{array} \\ = \mathbf{1} \end{array}$$

$$R^{1324} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & \begin{matrix} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 234 & 124 \\ 32 & 21 & 42 & 1324 & 1 & 3 & 134 & 4 \end{matrix} \\ 32 & & & & & & & \\ 13 & & & & & & & \\ 21 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 42 & & & & 1 & & & \\ 14 & & & & & 1 & & \\ 1324 & & & & & & & \\ 34 & & & & & & & \\ 1 & & & & & & & 1 \\ 2 & & & & & & & 1 \\ 3 & & & & & & & \\ 123 & & & & & & & 1 \\ 134 & & & & & -1 & & \\ 234 & & & & & & -1 & \\ 4 & & & & & & & -1 \\ 124 & & & & & & & -1 \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} \begin{matrix} 13 & 0 & 34 & 123 & 124 \\ 13 & 14 & 2 & 134 \end{matrix} & & & & \begin{matrix} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{matrix} \\ \hline & & & & \\ \hline \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} & & & & \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} \begin{matrix} 0 & 34 & 124 \\ 0 & 123 \end{matrix} & & & & \begin{matrix} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{matrix} \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \end{array} \end{array} \\ = \mathbf{a} \end{array}$$

	¹³ 32	⁰ 21	¹⁴ 42	³⁴ 1324	² 1	¹²³ 3	²³⁴ 134	¹²⁴ 4
³²				1				
¹³					1			
²¹			-1					
⁰				-1				
⁴²	1							
¹⁴		1						
¹³²⁴	-1							
³⁴		-1						
¹							-1	
²								-1
³						1		
¹²³							1	
¹³⁴					-1			
²³⁴						-1		
⁴					1			
¹²⁴							1	

$\rho_{14} \sim$

¹³	⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	1			
	-1			
1				
				-1
			1	
			-1	
1				

$= I$

⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	I		
I			
			-I
			I

$= I$

	¹³ 32	⁰ 21	¹⁴ 42	³⁴ 1324	² 1	¹²³ 3	²³⁴ 134	¹²⁴ 4
³²				-1				
¹³					-1			
²¹						-1		
⁰							-1	
⁴²	1							
¹⁴		1						
¹³²⁴			1					
³⁴				1				
¹							-1	
²								-1
³								-1
¹²³								-1
¹³⁴					1			
²³⁴						1		
⁴							1	
¹²⁴								1

$\rho_{34} \sim$

¹³	⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	-1			
	-1			
1				
				-1
			1	
			-1	
1				

$= I$

⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	\mathbb{I}		
\mathbb{I}			
			\mathbb{I}
			\mathbb{I}

$= I$

	¹³ 32	⁰ 21	¹⁴ 42	³⁴ 1324	² 1	¹²³ 3	²³⁴ 134	¹²⁴ 4
³²					-1			
¹³						-1		
²¹							-1	
⁰				-1				
⁴²			1					
¹⁴				1				
¹³²⁴					1			
³⁴	1							
¹								-1
²								-1
³								-1
¹²³								-1
¹³⁴							1	
²³⁴								1
⁴								1
¹²⁴					1			

$\rho_{42} \sim$

¹³	⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	-1			
	-1			
1				
				-1
			1	
			-1	
1				

$= a$

⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	-A		
A			
			-A
			A

$= a$

	¹³ 32	⁰ 21	¹⁴ 42	³⁴ 1324	² 1	¹²³ 3	²³⁴ 134	¹²⁴ 4
³²					1			
¹³						1		
²¹							-1	
⁰								-1
⁴²								-1
¹⁴								-1
¹³²⁴							1	
³⁴								1
¹	-1							
²		-1						
³			1					
¹²³				1				
¹³⁴					1			
²³⁴						1		
⁴							-1	
¹²⁴								-1

$\rho_{123} \sim$

¹³	⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	1			
	-1			
	-1			
1				
				1
				1
1				

$= I$

⁰	³⁴	¹²³	¹²⁴
	-B		
B			B
			-B
			B

$= I$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 21 \\
 & 0 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_{124} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & 1 & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = 1 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 -1 & 1 \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 13 \\
 0 \\
 14 \\
 34 \\
 2 \\
 123 \\
 234 \\
 124
 \end{array} = 1 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -B \\
 \hline
 & -B \\
 \hline
 B & \\
 \hline
 B & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 0 \\
 34 \\
 123 \\
 124
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 21 \\
 & 0 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_{234} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & 1 & 1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & -1 & -1 & \\
 \hline
 & -1 & -1 & \\
 \hline
 1 & 1 & & \\
 \hline
 1 & 1 & & \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = 1 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 13 \\
 0 \\
 14 \\
 34 \\
 2 \\
 123 \\
 234 \\
 124
 \end{array} = 1 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -A \\
 \hline
 & A \\
 \hline
 -A & \\
 \hline
 A & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 0 \\
 34 \\
 123 \\
 124
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 21 \\
 & 0 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_{134} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & -1 & \\
 \hline
 & & 1 & -1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & -1 & -1 & \\
 \hline
 & 1 & -1 & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 -1 & 1 \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 13 \\
 0 \\
 14 \\
 34 \\
 2 \\
 123 \\
 234 \\
 124
 \end{array} = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -I \\
 \hline
 & -I \\
 \hline
 I & \\
 \hline
 I & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 0 \\
 34 \\
 123 \\
 124
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 21 \\
 & 0 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 3 \\
 & 123 & 234 & 124
 \end{array} \\
 \rho_{1324} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & 1 & 1 \\
 \hline
 & & 1 & -1 \\
 \hline
 & & 1 & -1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 13 \\
 0 \\
 14 \\
 34 \\
 2 \\
 123 \\
 234 \\
 124
 \end{array} = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & B \\
 \hline
 & B \\
 \hline
 B & \\
 \hline
 B & \\
 \hline
 \end{array} \begin{array}{c}
 0 \\
 34 \\
 123 \\
 124
 \end{array}
 \end{array}$$

2. Структурные матрицы ковариантной алгебры пространства-времени красных кваркино \mathbb{Q}_{left}^*

$$R^0 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 0 & 34 & 1 \\ & 1 & 2 & 123 \\ & 1324 & 234 & 124 \\ & 34 & 4 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{array} \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 13 & 0 \\ 14 & 34 \\ 2 & 123 \\ 134 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cc} 1 & \\ & 1 \\ & 1 \\ & 1 \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 \\ & 124 & \\ & & 0 \end{array} \\ \begin{array}{cc} \mathbb{1} & \\ & \mathbb{1} \\ & & \mathbb{1} \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$R^2 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 0 & 34 & 1 \\ & 1 & 2 & 123 \\ & 1324 & 234 & 124 \\ & 34 & 4 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & & & 1 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{array} \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 13 & 0 \\ 14 & 34 \\ 2 & 123 \\ 134 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \\ 1 & \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$= 1 \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 \\ & 124 & \\ & & 0 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & A \\ A & \\ & A \\ A & \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$R^1 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 0 & 34 & 1 \\ & 1 & 2 & 123 \\ & 1324 & 234 & 124 \\ & 34 & 4 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} & & & 1 \\ & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \\ & & & 1 \\ & & & 1 \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{array} \end{array}$$

$$= a \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 13 & 0 \\ 14 & 34 \\ 2 & 123 \\ 134 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \\ 1 & \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$= a \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 \\ & 124 & \\ & & 0 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & A \\ A & \\ & A \\ A & \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$R^3 \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 0 \\ & 21 & 42 & 14 \\ & 0 & 34 & 1 \\ & 1 & 2 & 123 \\ & 1324 & 234 & 124 \\ & 34 & 4 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & & 1 \end{array} \end{array}$$

$$= i \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 13 & 0 \\ 14 & 34 \\ 2 & 123 \\ 134 & 124 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & 1 \\ -1 & \\ & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \\ \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 234 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$= i \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 \\ & 124 & \\ & & 0 \end{array} \\ \begin{array}{cc} & -B \\ B & \\ & -B \\ B & \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 34 \\
 & 3 & 123 & 234 \\
 & 4 & 124 & 124
 \end{array} \\
 R^4 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & -1 & \\
 \hline
 & & -1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & 1 & 1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 1 & -1 \\
 \hline
 -1 & 1 \\
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 \end{array} = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 & \mathbb{1} \\
 \hline
 & -\mathbb{1} \\
 \hline
 \mathbb{1} & \\
 \hline
 -\mathbb{1} & \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 34 \\
 & 3 & 123 & 234 \\
 & 4 & 124 & 124
 \end{array} \\
 R^{13} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & 1 & -1 \\
 \hline
 & -1 & -1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = b \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 1 & -1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 \end{array} = b \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 -I & \\
 \hline
 -I & \\
 \hline
 & I \\
 \hline
 & I \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 34 \\
 & 3 & 123 & 234 \\
 & 4 & 124 & 124
 \end{array} \\
 R^{21} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 1 & & & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1 & \\
 \hline
 1 & \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 \end{array} = a \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \mathbb{1} & \\
 \hline
 & \mathbb{1} \\
 \hline
 & \mathbb{1} \\
 \hline
 & \mathbb{1} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & 32 & 13 & 0 \\
 & 21 & 42 & 14 \\
 & 1 & 2 & 34 \\
 & 3 & 123 & 234 \\
 & 4 & 124 & 124
 \end{array} \\
 R^{32} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & -1 & & \\
 \hline
 -1 & & & \\
 \hline
 1 & & & \\
 \hline
 & & 1 & \\
 \hline
 & & -1 & \\
 \hline
 & 1 & & \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 & & & 1 \\
 \hline
 & & & -1 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \\
 = i \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1 & \\
 \hline
 -1 & \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 & -1 \\
 \hline
 \end{array} = i \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 I & \\
 \hline
 I & \\
 \hline
 & -I \\
 \hline
 & -I \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

III. СТРУКТУРНЫЕ МАТРИЦЫ АЛГЕБРЫ ЧЕРНЫХ ЛЕПТИНО \mathbb{C}_B^*

Для алгебры черных лептино \mathbb{C}_b^* имеют место перестановочные соотношения

$$\begin{aligned} 12 = 21, \quad 13 = 31, \quad 23 = 32, \\ 14 = -41, \quad 24 = 42, \quad 34 = 43. \end{aligned}$$

Они определяют структурные матрицы алгебры черных лептино.

Компоненты векторов и матриц рассматриваются в следующей последовательности индексов

$$(32, 13, 21, 0, 42, 14, 1324, 34, 1, 2, 3, 123, 134, 234, 4, 124).$$

Переход от действительного представления к компактным представлениям осуществляется путем введения соответствующих блочных матриц. При преобразовании матриц C_{KI}^L и C_L^{IK} от действительного представления к iab -представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$\begin{aligned} I &= \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix}, & i &= \begin{pmatrix} & 1 \\ -1 & \end{pmatrix} \\ a &= \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}, & b &= \begin{pmatrix} -1 & \\ & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

При преобразовании матриц C_{KI}^L и C_L^{IK} от iab -представления к IAB -представлению использованы следующие обозначения для блоков 2×2

$$\begin{aligned} \mathbb{1} &= \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix}, & I &= \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}, \\ A &= \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}, & B &= \begin{pmatrix} -1 & \\ & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Приведем структурные матрицы алгебры \mathbb{C}_b^* .

1. Структурные матрицы контравариантной алгебры действия черных лептино \mathbb{C}_{bright}^*

$$\begin{aligned} \kappa_0 \sim & \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 21 & 0 & 42 & 14 & 1324 & 34 & 1 & 2 & 3 & 123 & 134 & 234 & 124 \\ 32 & 1 & & & & & & & & & & & & & & & \\ 13 & & 1 & & & & & & & & & & & & & & \\ 21 & & & 1 & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & & & & 1 & & & & & & & & & & & & \\ 42 & & & & & 1 & & & & & & & & & & & \\ 14 & & & & & & 1 & & & & & & & & & & \\ 1324 & & & & & & & 1 & & & & & & & & & \\ 34 & & & & & & & & 1 & & & & & & & & \\ 1 & & & & & & & & & 1 & & & & & & & \\ 2 & & & & & & & & & & 1 & & & & & & \\ 3 & & & & & & & & & & & 1 & & & & & \\ 123 & & & & & & & & & & & & 1 & & & & \\ 134 & & & & & & & & & & & & & 1 & & & \\ 234 & & & & & & & & & & & & & & 1 & & \\ 4 & & & & & & & & & & & & & & & 1 & \\ 124 & & & & & & & & & & & & & & & & 1 \end{array} \\ \\ & \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{array} & \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} \\ \\ & \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 & 124 \\ & \mathbb{1} & & \\ & & \mathbb{1} & \\ & & & \mathbb{1} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ \\ = I & \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 \sim & \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 32 & 13 & 21 & 0 & 42 & 14 & 1324 & 34 & 1 & 2 & 3 & 123 & 134 & 234 & 124 \\ 32 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 13 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 21 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 42 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 14 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 1324 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 34 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 1 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 2 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 3 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 123 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 134 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 234 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 4 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \\ 124 & & & & & & & & & & & & & & & & -1 \end{array} \\ \\ & \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 13 & 0 & 14 & 34 & 2 & 123 & 124 \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & -1 & \\ & & & & & & -1 \end{array} & \begin{array}{c} 13 \\ 0 \\ 14 \\ 34 \\ 2 \\ 123 \\ 124 \end{array} \\ \\ & \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 34 & 123 & 124 \\ & & A & \\ & & & -A \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 34 \\ 123 \\ 124 \end{array} \end{array} \\ \\ = a & \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 14 & 34 \\
& 42 & 1324 & 1 \\
& 1 & 2 & 123 \\
& 3 & 3 & 134 \\
& 4 & 234 & 124
\end{array} \\
\kappa_2 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & 1 & \\
\hline
& & 1 & 1 \\
\hline
& & & 1 \\
\hline
& & & 1 \\
\hline
1 & 1 & & \\
\hline
2 & & 1 & \\
\hline
3 & 1 & & \\
\hline
123 & 1 & & \\
\hline
134 & & 1 & \\
\hline
234 & & 1 & \\
\hline
4 & & & \\
\hline
124 & & 1 & \\
\hline
\end{array} \\
= 1 \begin{array}{|c|c|}
\hline
& 1 \\
\hline
1 & 1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
1 & \\
\hline
1 & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
& 1 \\
\hline
A & A \\
\hline
\end{array} \\
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 14 & 34 \\
& 42 & 1324 & 1 \\
& 1 & 2 & 123 \\
& 3 & 3 & 134 \\
& 4 & 234 & 124
\end{array} \\
\kappa_4 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & & -1 \\
\hline
& & & -1 \\
\hline
& & 1 & \\
\hline
& & & 1 \\
\hline
1 & & -1 & \\
\hline
2 & & -1 & \\
\hline
3 & & & -1 \\
\hline
123 & & -1 & \\
\hline
134 & 1 & & \\
\hline
234 & 1 & & \\
\hline
4 & & 1 & \\
\hline
124 & & 1 & \\
\hline
\end{array} \\
= a \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -1 \\
\hline
1 & 1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
-1 & \\
\hline
-1 & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
& -1 \\
\hline
-1 & \\
\hline
\end{array} \\
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 14 & 34 \\
& 42 & 1324 & 1 \\
& 1 & 2 & 123 \\
& 3 & 3 & 134 \\
& 4 & 234 & 124
\end{array} \\
\kappa_3 \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& & 1 & \\
\hline
& & 1 & 1 \\
\hline
& & & 1 \\
\hline
& & & 1 \\
\hline
1 & 1 & & \\
\hline
2 & 1 & & \\
\hline
3 & & 1 & \\
\hline
123 & 1 & & \\
\hline
134 & & 1 & \\
\hline
234 & & 1 & \\
\hline
4 & & & \\
\hline
124 & & 1 & \\
\hline
\end{array} \\
= a \begin{array}{|c|c|}
\hline
& 1 \\
\hline
1 & 1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
1 & \\
\hline
1 & \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
& 1 \\
\hline
1 & 1 \\
\hline
\end{array} \\
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 32 & 13 & 0 \\
& 21 & 14 & 34 \\
& 42 & 1324 & 1 \\
& 1 & 2 & 123 \\
& 3 & 3 & 134 \\
& 4 & 234 & 124
\end{array} \\
\kappa_{21} \sim \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
& 1 & & \\
\hline
1 & & & \\
\hline
& 1 & & \\
\hline
& & -1 & \\
\hline
14 & & -1 & \\
\hline
1324 & & & -1 \\
\hline
34 & & & -1 \\
\hline
1 & & 1 & \\
\hline
2 & & & 1 \\
\hline
3 & & & 1 \\
\hline
123 & & 1 & \\
\hline
134 & & & -1 \\
\hline
234 & & & -1 \\
\hline
4 & & & -1 \\
\hline
124 & & & -1 \\
\hline
\end{array} \\
= a \begin{array}{|c|c|}
\hline
1 & \\
\hline
1 & -1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
& \\
\hline
1 & -1 \\
\hline
\end{array} \begin{array}{|c|c|}
\hline
& \\
\hline
1 & -1 \\
\hline
\end{array} \\
\end{array}$$

$K^2 \sim$

	32	13	21	0	42	14	34	1	2	3	123	234	124
32								1					
13									1				
21					1								
0						1							
42												1	
14													1
1324											1		
34												1	
1			1										
2				1									
3	1												
123				1									
134								1					
234										1			
4													
124									1				

$= 1$

	13	0	34	2	123	124
13						
0			1			
14						1
34						
2						1
123						
234						
124						

$= 1$

	0	34	123	124
0				
34			A	
123				A
124				

$K^4 \sim$

	32	13	21	0	42	14	34	1	2	3	123	234	124
32													
13												1	
21													-1
0													1
42												-1	
14											1		
1324													1
34													
1													
2													
3													
123													
134													
234													
4													
124													

$= i$

	13	0	34	2	123	124
13						
0			1			
14						-1
34						
2						1
123						
234						
124						

$= i$

	0	34	123	124
0				
34			$-B$	
123				B
124				

$K^3 \sim$

	32	13	21	0	42	14	34	1	2	3	123	234	124
32								1					
13									1				
21										1			
0											1		
42												1	
14													1
1324													1
34													
1													
2													
3													
123													
134													
234													
4													
124													

$= a$

	13	0	34	2	123	124
13						
0			1			
14						1
34						
2						1
123						
234						
124						

$= a$

	0	34	123	124
0				
34			$\mathbb{1}$	
123				$\mathbb{1}$
124				

$K^{21} \sim$

	32	13	21	0	42	14	34	1	2	3	123	234	124
32								1					
13									1				
21										1			
0											1		
42												1	
14													1
1324													1
34													
1													
2													
3													
123													
134													
234													
4													
124													

$= a$

	13	0	34	2	123	124
13						
0			1			
14						1
34						
2						1
123						
234						
124						

$= a$

	0	34	123	124
0				
34			$\mathbb{1}$	
123				$\mathbb{1}$
124				

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 13 & 0 & 14 & 34 & 1 & 2 & 123 & 234 & 124 \\
32 & 21 & 42 & 1324 & & 1 & 3 & 134 & 4 & \\
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
			1
			-1
		-1	1
		1	-1
	-1	1	
	1	-1	
1	-1		
-1	1		

$$= b \begin{array}{|c|c|}
	-1
	1
-1	
1	

\begin{array}{c}
13 \\
0 \\
14 \\
34 \\
2 \\
123 \\
124 \\
134
\end{array}
= b \begin{array}{|c|c|}
	-I
I	
I	
-I	

\begin{array}{c}
0 \\
34 \\
123 \\
124
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc}
& 13 & 0 & 14 & 34 & 1 & 2 & 123 & 234 & 124 \\
32 & 21 & 42 & 1324 & & 1 & 3 & 134 & 4 & \\
\end{array} \\
\begin{array}{c}
32 \\
13 \\
21 \\
0 \\
42 \\
14 \\
1324 \\
34 \\
1 \\
2 \\
3 \\
123 \\
134 \\
234 \\
4 \\
124
\end{array}
\end{array}
\sim
\begin{array}{|c|c|c|c|}
	1		
	-1		
		-1	
		1	
-1			
1			
	1		
	-1		
			-1
			1
			1
		1	-1
		-1	
			-1
		1	

$$= i \begin{array}{|c|c|}
1	-1
-1	
1	
	-1
	1
	1
	-1

\begin{array}{c}
13 \\
0 \\
14 \\
34 \\
2 \\
123 \\
124 \\
134
\end{array}
= i \begin{array}{|c|c|}
-B	
B	
	B
	-B

\begin{array}{c}
0 \\
34 \\
123 \\
124
\end{array}$$